

Entrenamientos Estatales 2017

ARITMÉTICA Y ÁLGEBRA



En esta sesión repasaremos:

1. Divisibilidad y números primos.
2. Teorema Fundamental de la aritmética, factorización en primos.
3. Mínimo común múltiplo y máximo común divisor.

Conceptos clave:

Divisibilidad: Diremos que a divide a b si existe un entero q tal que $b=a\cdot q$. Se escribe $a \mid b$.

Primos: Un número $p \neq 1$ se dice que es *primo* si los únicos números que lo dividen son 1 y p .

Compuestos: Un número es *compuesto* si no es primo.

Máximo común divisor: El m.c.d de a y b como su nombre lo dice es el máximo número $d > 0$ que cumple que $d \mid a$ y $d \mid b$. Se denota por (a,b) .

Mínimo común múltiplo: El m.c.m. de a y b es el mínimo número $D > 0$ que cumple que $a \mid D$ y $b \mid D$. Se denota por $[a,b]$.

Teorema Fundamental de Aritmética. Todo número natural diferente de 1 puede ser representado de manera única (salvo orden) como un producto de números primos.

Ejemplo. $120=2^3\cdot 3\cdot 5$

Ejercicios.

- Factoriza en primos los siguientes números: 660, 1573, 1200, 6916 y $1\times 2\times 3\times 4\times 5\times 6\times 7\times 8\times 9\times 10$.
- En cada enunciado decide si es verdadero o falso:
 - i) 2 divide a $2^9\cdot 3$
 - ii) 3 divide a $2^9\cdot 3$
 - iii) 4 divide a $2^9\cdot 3$
 - iv) 5 divide a $2^9\cdot 3$
 - v) 6 divide a $2^9\cdot 3$
 - vi) 7 divide a $2^9\cdot 3$
 - vii) 8 divide a $2^9\cdot 3$
 - viii) 9 divide a $2^9\cdot 3$

Problemas

1. Dos compañías constructoras están encargadas de pavimentar una carretera. Cada una empieza a trabajar a partir de un extremo. Si una de ellas pavimenta las $\frac{2}{5}$ partes y la otra los 81 Km restantes, ¿Cuál es la longitud de la carretera?
2. Un faro enciende su foco de color verde cada 2 minutos, el de color azul cada 150 segundos y el color rojo cada 3 minutos 40 segundos. Si ahorita encendieron los tres colores, ¿en cuánto tiempo volverán a encender juntos?
3. Un coche ha dado 60 vueltas a un circuito en 105 minutos. ¿Cuánto tiempo tardará en dar 40 vueltas al mismo circuito?
4. ¿Cuántos números enteros positivos de 5 dígitos hay tal que el producto de sus dígitos es 2000?
5. Una fábrica de focos produce 1,000 focos al día. Si de cada 10 focos uno sale defectuoso, ¿cuántos días necesita la fábrica, como mínimo, para hacer 20,000 focos en buen estado?
6. En un pueblo los $\frac{2}{3}$ de los hombres están casados con los $\frac{3}{5}$ de las mujeres. Si nunca se casan forasteros. ¿Cuál es la proporción de personas solteras en el pueblo?

7. En una granja hay puercos y gansos. Se ven 72 cabezas y 200 patas. ¿Cuántos puercos hay?
8. Pedro va a nadar al Club Delfines todos los días. Juan va cada 2 días, Claudia cada 3 días, Irene cada 4 días y Luis cada 5 días. Hoy se encontraron todos en el Club. ¿Dentro de cuántos días volverán a encontrarse?
9. Una vendedora prepara pozol mezclando cierta cantidad de litros de agua con 500 gr de masa, pero se da cuenta que le queda muy espeso. Cuando ha vendido $\frac{1}{5}$ de lo que preparó agrega esa misma cantidad de agua pura; aún así ella siente que sigue espeso y vuelve a repetir la operación, esta vez satisfecha con el resultado. Ayuda a la vendedora a determinar cuántos gramos de masa debe usar desde un principio para obtener esa mezcla ideal.
10. Se tiene un cuarto de 3.85 m de ancho por 6.60 metros de largo a cuyo piso se le quiere pegar azulejos cuadrados. ¿De qué medida deben ser los azulejos para que se use la mínima cantidad posible de azulejos y no se corten? ¿Cuántos azulejos se usarían?
11. ¿Cuántos números entre 5678 y 9876 tienen la propiedad de que el producto de sus cifras es igual a 210?
12. Durante el primer semestre del año 2009 mi promedio mensual de gastos fue de \$2800. Al revisar mi promedio el día primero de agosto, éste ya era de \$3000. ¿Cuánto gasté en julio?
13. Dos personas recorren una pista. La primera tarda 75 segundos en dar una vuelta y la otra 72 segundos. Si en este momento están juntos, ¿Cuál es número de vueltas que debe de dar el más rápido para que vuelvan a estar juntos y que lleve una vuelta de ventaja?
14. ¿Para cuántos enteros positivos n se cumple que $n+2 \mid 36$?
15. Exactamente una de las siguientes afirmaciones acerca del número de mi casa es falsa:
 - a) La suma de las cifras del número es 6.
 - b) Dos de las cifras del número son iguales.
 - c) El número es menor que 110.
 - d) El número es mayor que 40.
 - e) El número es primo.
 - f) ¿Cuál es el número de mi casa?
16. ¿Cuántos números enteros positivos de 5 dígitos hay tal que el producto de sus dígitos es 2000?
17. Un número es llamado curioso si el producto de sus cifras es un divisor de 2007. ¿Cuántos números curiosos existen que sean menores a 2007?